



Moderationspfad



Haus 3 FM Modul 3.4: Entwicklung des Stellenwertverständnisses



Als grundlegende Literatur für die Folien und die erläuternden Erklärungen wurden folgende Bücher genutzt:

- Wartha, S. & Schulz, A. (2012). *Rechenproblemen vorbeugen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Schulz, A. (im Druck). *Diagnostische Fähigkeiten und Förderkompetenzen von Grundschullehrkräften bei besonderen Problemen beim Rechnenlernen*. Erscheint bei Springer.

Diesen beiden Büchern wurden die meisten Schülerbeispiele, deren Sachanalyse und die entsprechenden Denkanstöße entnommen.

Die Kommentare zu den jeweiligen Folien sind sehr *ausführlich* und bieten umfassende Hintergrundinformation zum Thema „Entwicklung des Stellenwertverständnisses“. Es hilft sehr, wenn der Moderator / die Moderatorin diese Hintergrundinformationen im Vorfeld in Ruhe durcharbeitet, um die Präsentation fachkundig moderieren zu können. Zu den meisten Hintergrundinformationen sind entsprechende Literaturangaben zur wissenschaftlichen Fundierung angegeben (Literaturliste am Ende dieses Dokuments).

Zeit	Kommentar	Folie und Material
1'	<p>Folie 1: Begrüßung</p> <p>Das Beispiel auf dieser Folie wird später wieder aufgegriffen</p>	<p> Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten</p> <hr/> <p>Modul 3.4 Entwicklung des Stellenwertverständnisses</p> <p> $14 + 2 = 16$ ✓ $14 + 22 = 63$ / $14 + 42 = 65$ / $14 + 62 = 67$ / </p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;">1</p>
1-5'	<p>Folie 2: Ziel der Veranstaltung</p> <p>Kurzer Überblick</p>	<p> Ziel...</p> <hr/> <p>Die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses unterstützen</p> <p>Dafür ist notwendig:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mögliche Hürden bei dieser Entwicklung kennen und erkennen. - Unterstützungsmaßnahmen kennen und anwenden können. - Angemessenes Anschauungsmaterial auswählen und einsetzen. <p><small>November 2009 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;">2</p>

1-5'	<p>Folie 3: Ablauf</p> <ul style="list-style-type: none"> • Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis (SWV) <ul style="list-style-type: none"> • Aktivität (Rechnen mit Buchstaben) • Beispiele für Probleme beim SWV • Entwicklung und Hürden <ul style="list-style-type: none"> • Kurzer theoretischer Überblick über die Entwicklung des SWV • Ausführliche Klärung möglicher Hürden bei dieser Entwicklung (vor allem im deutschen Sprachraum) • Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen <ul style="list-style-type: none"> • Kurze Klärung was das Material „können“ muss, um die Entwicklung des SWV zu unterstützen • Kurze Klärung eher ungeeigneter Materialien • Zur Rolle von Material vgl. PIK-Modul 3.2 • Entwicklung von Fördermaßnahmen <ul style="list-style-type: none"> • Aufgreifen der Einstiegsbeispiele zur Entwicklung angemessener Unterstützungsmaßnahmen 	<p> Ablauf</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> • Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis? • Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden • Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen • Entwicklung von Fördermaßnahmen <p><small>November 2009 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;"><small>3</small></p>
10'	<p>Folie 4: Was ist Stellenwertverständnis</p> <p>Aktivität: 2-5 Minuten im Austausch Beispiele (Merkmale bzw. Indizien) sammeln, an denen Probleme bei der Entwicklung des SWV sichtbar werden.</p> <p>Sammlung im Plenum (z. B. durch den Moderator / die Moderatorin an einer Flipchart oder Tafel) – auf diese Sammlung kann im weiteren Verlauf wieder zurückgegriffen werden.</p>	<p> Was ist Stellenwertverständnis?</p> <hr/> <p>Woran erkennen Sie im (Förder-) Unterricht Probleme beim Stellenwertverständnis?</p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;"><small>4</small></p>

2-5'

Folie 5: Was ist Stellenwertverständnis

Diese **Aktivität** erfordert eine gründliche Einführung – am besten versucht der Moderator / die Moderatorin es zunächst selbst mal.

Die Zahlwörter bzw. Zahlzeichen werden durch Buchstaben ersetzt.
Als Beispiel: drei Finger ausstrecken und fragen „Wie viele sind das?“, dann nochmal sieben Finger ausstrecken „Wie viele sind das?“
„Zeigen Sie mir mal d Finger.“

Erläutern der Regeln des Stellenwertsystems mit Buchstaben: Normale deutsche Sprechweise (inverse Sprechweise, zweistellige Zahl mit Null am Ende hat die Endsilbe –zig).

Die Zahl nach k ist a0 und wird „a-zig“ gesprochen (entgegen der normalen Zahlwortbildung im Deutschen, bei der die Zehn einen „eigenen Namen“ hat).

Die Zahl vor b0 (be-zig) ist ak und wird „ka-und-a-zig“ gesprochen (auch hier nicht wie bei der Zahlwortbildung im Deutschen im Zahlenraum zwischen zehn und zwanzig)

Die Bildungsregel der Zahlwörter mit Buchstaben ist also recht konsequent.



Ein kleiner Versuch...

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets wären Zahlwörter: 1=a, 2=b, ...
Die Zahlen sind in einem Stellenwertsystem geordnet (deshalb brauchen wir noch die Null: 0=0). Die letzte Ziffer des Systems ist „k“.

Normale deutsche Sprechweise

dg: „ge-und-dezig“

f0: „eff-zig“

- Wie heißt die Zahl nach „k“?
- Wie heißt die Zahl vor „b0“?

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

5



5-10'

Folie 6: Ein kleiner Versuch...

Der Moderator / die Moderatorin fordert zum Zahlenlesen „im Chor“ auf.

Dann sollen die Teilnehmerinnen und Teilnehmer ein Zahlendiktat machen; der Moderator / die Moderatorin diktiert (natürlich ohne die Zahlen in der vierten Zeile schon sichtbar zu klicken. ACHTUNG inverse Sprechweise: ef-und-el-zig, a-und-ge-zig, de-und-be-zig, be-und-de-zig, a-und-ka-zig)

Mögliche Fragen an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer: Wer hat invers geschrieben? Warum? Wer hat nicht invers geschrieben? Warum nicht? Wie ist das gelungen?

Zahlen sichtbar klicken und fragen: Wem ist ein Zahlendreher passiert?

Sacheinschub: Die inverse Schreibweise von Zahlen ist im deutschen Sprachraum der inversen Zahlwortbildung geschuldet. Invers Schreiben bedeutet: zuerst werden die Einer, dann die Zehner davor notiert – also geschrieben wie gehört. Das Zahlsymbol ist am Ende richtig zu lesen.

Ein Zahlendreher liegt dann vor, wenn die beiden Ziffern im Zahlzeichen vertauscht wurden.

Mögliche Frage an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer: Unabhängig von möglichen Schwierigkeiten beim Schreiben der Zahlen – wer von Ihnen hat eine Ahnung von der Größe der soeben notierten Zahlen?

Noch ein Versuch (diesmal ausdrücklich ohne Notieren): Welche Zahl ist größer ha-und-i-zig oder i-und-ha-zig (ich oder hi)? Woher wissen Sie das? Sind Sie sicher?

Mögliche weiterer Denkanstoß an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer: Erlauben/Fordern Sie in Ihrer Klasse das inverse Schreiben von Zahlen? Wenn ja, warum? Wenn nein, warum nicht? Tauschen Sie sich aus und sammeln Sie Gründe für Pro und Contra.



Ein kleiner Versuch...

Bitte lesen Sie gemeinsam die folgenden Zahlen:

kf ed bh ji ij

Bitte schreiben Sie die diktierten Zahlen:

lf ga bd db ka

Welche Zahl ist größer...?



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

6

Die Gründe für einen Verzicht auf die inverse Schreibweise überwiegen deutlich (die folgende Zusammenfassung ist Schulz (im Druck) entnommen):

- Wird die inverse Schreibweise nicht konsequent eingehalten (was häufig der Fall ist, vgl. Klöckener 1990), können Zahlendreher entstehen und es kann die sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern erschweren (vgl. Schipper 2009).
- Nicht alle zweistelligen Zahlen werden von Kindern gleichermaßen invers notiert. In der Regel werden die Zahlen zwischen 10 und 20 von den meisten Kindern nicht invers notiert (ebenso wenig die sog. Schnaps- und volle Zehnerzahlen). Diese Unregelmäßigkeiten in der Schreibrichtung einzelner Kinder können bei diesen zu Unsicherheiten bei der Notation von Zahlen führen und somit zu Zahlendrehern (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011; Gerster, 1994).
- Die Reduzierung der Zahlwörter auf den Klang der Zahlwörter der einzelnen Ziffern beim Schreiben kann die sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern im Zahlwort und schließlich beim Rechnen, der Zahlauffassung und -darstellung verhindern (Schipper, 2009; Gerster, 1994; vgl. auch Gaidoschik, 2008).
- Spätestens beim Schreiben dreistelliger Zahlen müssen beim Notieren „Lücken“ gelassen werden (Schipper 2009; Gerster 1994).
- Beim Schreiben dreistelliger Zahlen kann die Regel des inversen Schreibens (die erstgehörte Zahl wird ganz rechts notiert) übergeneralisiert werden: Vierhundert = 104 (nachgewiesen von Zuber et al., 2009).
- Es entstehen praktische Nachteile, denn das Eingeben von Zahlen in den Taschenrechner oder Computer gelingt auf diese Weise nicht und führt automatisch zu Zahlendrehern (vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011; Gerster, 1994) – dies Argument ist besonders hilfreich bei Elterngesprächen.

Anhand dieser Folie kann verschiedenes besprochen und **zusammengefasst** werden:

	<ul style="list-style-type: none"> - Die Fähigkeit Zahlen richtig zu schreiben und zu lesen, sagt noch nichts darüber aus, ob sich ein Kind darunter auch eine Anzahl vorstellen kann – genauso wie gerade bei diesem Versuch. - Ein Merkmal für ein unzureichendes Stellenwertverständnis ist es, dass Kinder beim Zahlenlesen und Zahlenschreiben die Zahlwörter auf den Klang der Zahlwörter der einzelnen Ziffern reduzieren und die Zahlzeichen auf die einzelnen beteiligten Ziffern – genauso wie gerade bei diesem Versuch. - Die Kenntnis der „Bildungsregel“ von Zahlwörtern sorgt nicht automatisch dafür, dass größere von kleineren Zahlen beim Hören sicher unterschieden werden können – wie gerade beim Vergleichen von „ih“ und „hi“. - Inverses Schreiben kann ein Hinweis auf Probleme beim Stellenwertverständnis sein, für Gründe für einen Verzicht auf inverses Schreiben s.o. 	
1'	<p>Folie 7: Probleme beim Stellenwertverständnis / Fünf Fallbeispiele</p> <p>Es folgen fünf Fallbeispiele, um den Blick zu schärfen für mögliche Indizien, die bei einem noch nicht sicheren Stellenwertverständnis auftreten können.</p> <p>Eher „lose“ Beobachtungshinweise bzw. Anregungen auf der Folie. Vor allem die dritte Frage spielt bei der ersten Analyse der Schülerfehler noch keine große Rolle, da alle Schülerdokumente im Laufe der Veranstaltung wieder aufgegriffen werden, dann mit dem erklärten Ziel für die verschiedenen Fehler sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen zu erarbeiten.</p>	<p> Probleme beim Stellenwertverständnis</p> <hr/> <p>Fünf Fallbeispiele...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommen Ihnen die Probleme bekannt vor? • Haben Sie eine Idee, warum diese Probleme auftreten können? • Haben Sie schon Ideen, wie Sie diesen Problemen begegnen können? <p style="text-align: right;"><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)  7</small></p>

3-5'

Folie 8: Probleme beim Stellenwertverständnis / Julias Hausaufgabe

Das Schülerdokument ist authentisch (vgl. Schulz im Druck).

Aktivität:

„Zuerst eine Fehleranalyse:

Erkennen Sie ein Fehlermuster?

Versuchen Sie das Entstehen dieses Fehlermusters zu erklären.“

Dieses Schülerdokument dient zunächst der „Aktivierung“ der Teilnehmerinnen und Teilnehmer; die Erarbeitung möglicher Unterstützungsmaßnahmen findet später statt (Folie 41).

Hier sollen zunächst erste Vermutungen bzw. andere Aussagen (z.B. „kenn ich, passiert meinen Kindern dauernd“) im Plenum gesammelt werden.

Als Sachinfo für den Moderator / die Moderatorin ist im folgenden bereits eine ausführliche Fehleranalyse dargestellt, um das Gespräch schon an dieser Stelle fachkundig moderieren zu können (entnommen aus Schulz im Druck).

Die Ziffern in den letzten drei Aufgaben sind vertauscht. Dies kann verschiedene Ursachen haben.

Diese Schülerfehler können durch verschiedene Fehlermuster entstanden sein:

1) *Das Kind rechnet richtig und macht beim Notieren des Ergebnisses einen Zahlendreher.* Die Hauptgründe für diesen Zahlendreher bei der Notation des bereits korrekt ermittelten Ergebnisses sind folgende:

- Die Zahl wird von links nach rechts aufgeschrieben wie gesprochen, erst die Sechs (fälschlicherweise an die Zehnerstelle – also links) dann die Fünf dahinter (an der Einerstelle – rechts).
- Dem Kind ist die Bedeutung der Positionen der Ziffern im Zahlzeichen noch



Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hausaufgabe

$$\begin{array}{l} 14 + 2 = 16 \checkmark \\ 14 + 22 = 63 \checkmark \\ 14 + 42 = 65 \checkmark \\ 14 + 62 = 67 \checkmark \end{array}$$

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

8

unklar.

- Das Kind ist unsicher bei der Unterscheidung von Rechts und Links und weiß daher nicht, an welcher Stelle es welche Ziffer der Zahl notieren muss (oder es verwechselt rechts und links).

2) Das Kind macht nicht beim Notieren des korrekt ermittelten Ergebnisses einen Zahlendreher, sondern es *vertauscht die Ziffern bereits beim Lesen der Ausgangszahlen* und rechnet z. B. bei der Aufgabe $14+42$ „Einundvierzig plus vierundzwanzig“, das notierte Ergebnis wäre dann korrekt 65. Die Hauptgründe für diesen Zahlendreher beim Lesen der Zahlen sind folgende:

- Die Zahl wird (wie Wörter) „lautgetreu“ von links nach rechts gelesen, also zuerst die eins dann die vier → „einundvierzig“.
- Dem Kind ist die Bedeutung der Positionen der Ziffern im Zahlzeichen noch unklar.
- Das Kind ist unsicher bei der Unterscheidung von rechts und links und weiß daher nicht, welche der beiden Ziffern die Anzahl der Zehner und welche die Anzahl der Einer darstellen (oder es verwechselt rechts und links).

Spezifische Erklärungen für diese beiden möglichen Fehlermuster sind daher:

- Die Schreib- und Sprechweise von zweistelligen Zahlen im deutschen ist gegenläufig.
- Die Bedeutung der Position der Ziffern ist unklar.
- Probleme bei der Rechts-Links-Unterscheidung können zur Vertauschung der Stellenwerte führen (Position der Stellenwerte unsicher).

3) Über eine *Rechenstrategie, bei der mit Ziffern und nicht mit Zahlen gerechnet wird*, ist die Wahrscheinlichkeit des Vertauschens der Stellenwerte während des Rechenwegs hoch. Das Kind könnte z. B. bei der Aufgabe $14 + 24$ zunächst die Einer addieren $4+2 = 6$ und das Zwischenergebnis direkt notieren, dann die Zehnerziffern addieren $4+1 = 5$ und auch dieses Zwischenergebnis notieren, jedoch hinter der bereits geschriebenen Sechs – also beim falschen Stellenwert. Die Hauptgründe für diesen Fehler sind folgende:

	<ul style="list-style-type: none"> • Das Kind ist unsicher bei der Bedeutung der Stellenwerte und weiß nicht sicher, dass die Position einer Ziffer im Zahlzeichen deren Wert bestimmt. • Das Kind ist unsicher bei der Unterscheidung von Rechts und Links und weiß daher nicht, an welcher Stelle es welche Ziffer der Zahl notieren muss (oder es verwechselt rechts und links). <p>Bei diesem möglichen Fehlermuster spielt die gegenläufige Schreib- bzw. Sprechweise von Zahlen kaum eine Rolle, wohl aber Probleme bei der Rechts-Links-Unterscheidung und Unsicherheiten bei der Bedeutung von Stellenwerten und der Rolle der Position von Ziffern bei mehrstelligen Zahlen.</p> <p>Interventionsmöglichkeiten: Der Lösungsprozess kann aufgrund des Schriftdokuments nicht nachvollzogen werden, daher empfiehlt sich auf jeden Fall eine prozessorientierte Nachfrage „Rechne mit diese Aufgabe doch nochmal laut vor, und erkläre mir dabei genau, was du machst.“ Das weitere Vorgehen orientiert sich an dem tatsächlichen Lösungsweg – dazu später mehr.</p>	
5-10'	<p>Folien 9 bis 16: Probleme beim Stellenwertverständnis / Marlen am Rechenrahmen</p> <p>Auf diesen acht Folien sind ein Kommunikationsprozess und schematisierte Handlungen am Rechenrahmen dargestellt – dieser Darstellung liegt eine reale Interviewsequenz mit einem Kind mit großen Problemen beim Rechnenlernen zugrunde (drittes Schuljahr) (vgl. Wartha & Schulz, 2012, 56ff.) Der Moderator / die Moderatorin kann beim Klicken durch die Folien wie folgt vorgehen:</p>	



Folie 11: Probleme beim Stellenwertverständnis/ Marlen am Rechenrahmen

Nur die Animation durchklicken, *ohne* die letzte Zeile sichtbar zu machen (M: (schaut einige Sekunden auf das Material) Achtundneunzig, äh umgekehrt, neunundachtzig).

Mögliche Fragen / Aktivität: Was haben Sie bis hierher beobachtet? Was hat Marlen gemacht? Können Sie sich erklären warum sie so gehandelt hat?

Mögliche Erklärungen für Marlens Vorgehen sind

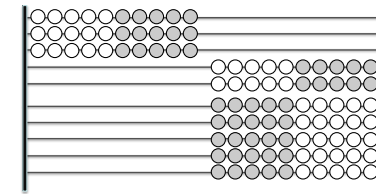
- Marlen ist unsicher bei der Darstellung einer genannten Zahl am Rechenrahmen
- sie verweilt deshalb so lange bei der 30, weil sie vielleicht auf ein zustimmendes Signal des Interviewers wartet (Kopfnicken, „mhm“, „genau, weiter“)
- dies zustimmende Signal bleibt aus, sie schiebt weiter, bis sie schließlich den entsprechenden Zahlendreher eingestellt hat (zu diesem schiebt Sie dann die sechs weiteren Kugeln)

Die Animation kann durchaus mehrmals gezeigt werden, da das Schieben ab der dritten Reihe in mehreren „Schritten“ erfolgt, die verwirrend sein können.

Nachdem die Handlung geklärt ist, kann die letzte Zeile sichtbar geklickt werden: Hier bestätigt sich der Verdacht, dass Marlen unsicher ist bei der Zuordnung von Zahlwörtern und einer eingestellten Menge – sie bietet dem Interviewer zwei Ergebnisse an (die Zahl und den entsprechenden Zahlendreher).



Probleme beim Stellenwertverständnis



M: (schaut einige Sekunden auf das Material)
Achtundneunzig, äh umgekehrt, neunundachtzig.

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

11



Folie 15: Probleme beim Stellenwertverständnis/ Marlen am Rechenrahmen

Am Ende von Folie 15 kann kurz angehalten werden mit der Anmerkung:
„Der Interviewer fragt ausdrücklich nach der eingestellten 83 – Marlen gibt ihm keine Antwort, sondern schiebt stattdessen erneut: Warum ist Marlen sich nun relativ sicher, was sie zu schieben hat?“

Das (für den Unterricht) „gefährliche“ bei Zahlendrehern ist, dass es genau zwei Möglichkeiten gibt – Kinder, die Probleme mit Zahlendrehern haben, haben eine Chance von 50% die richtige Zahl zu erwischen. Am Beispiel von Marlen wird deutlich, dass viele Kinder um ihr Problem mit den Zahlendrehern wissen und daher sehr genau auf mögliche Rückmeldungen achten – um sich gegebenenfalls schnell für die „andere“ Zahl zu entscheiden – oder wie in diesem Fall immer gleich beide Zahlen anzubieten.

Daraus folgt einerseits, dass selbst seltene Zahlendreher durchaus schon ein Indiz für Probleme mit dem Stellenwertverständnis sein können.

Andererseits kann daraus für den täglichen Unterricht gefolgert werden, dass Kinder, die ihre Zahlendreher scheinbar „von selbst“ entdecken und verbessern, meist nur auf ein (und sei es noch so kleines) Zeichen der Lehrkraft reagieren („Schau nochmal genau hin“, „Ach, warte, da hab ich verdreht“).

(vgl. Wartha & Schulz 2012, S. 56ff.)

Folie 16: Probleme beim Stellenwertverständnis/ Marlen am Rechenrahmen

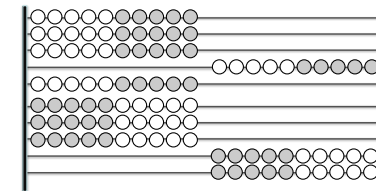
An dieser Stelle bereits die Sachinformation zur möglichen Entstehung des Fehlers für den Moderator / die Moderatorin, um das Gespräch schon an dieser Stelle fachkundig moderieren zu können (vgl. Schulz im Druck).

Der Fehler ist ein Zahlendreher am Material. Dieser Zahlendreher unterläuft dem Kind bei der Übersetzung zwischen dem Zahlwort und der Handlung am Material (Rechenrahmen) und zwar in beiden Richtungen, d.h. sowohl beim Einstellen einer genannten Zahl, als auch beim Benennen einer eingestellten Zahl. Darüber hinaus



Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen schiebt weiter...



Marlen wartet, I wiederholt die Aufgabe erneut.

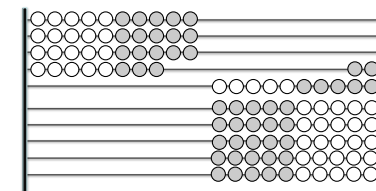
Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

15



Probleme beim Stellenwertverständnis



Marlen schiebt...



M: ... Vier... und...vierzig.

Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

16

	<p>ist zu beobachten, dass das Mädchen bis auf das Endergebnis „44“ keine der eingestellten Zahlen eindeutig benennt, obwohl es mehrmals dazu aufgefordert wird. Stattdessen nennt es dem Interviewer immer beide Zahlen – die dargestellte Zahl und den entsprechenden Zahlendreher. Das Mädchen hat also große Probleme bei der Übersetzung vom Zahlwort zur dargestellten Menge und umgekehrt. Ein möglicher Hauptgrund für diese Probleme ist der folgende:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die Wortbestandteile (dreißig, und, acht) des Zahlworts sind unklar. Möglicherweise wird das Zahlwort auf den Klang der Zahlwörter der beteiligten Ziffern (drei, acht) reduziert (vgl. Schipper 2009; Gerster 1994; vgl. auch Gaidoschik 2008). Diese Reduzierung kann vor allem durch die inverse Zahlwortbildung im deutschen Sprachraum erklärt werden. 	
5'	<p>Folie 17 bis 20: Probleme beim Stellenwertverständnis / Timo rechnet</p> <p>Auf diesen vier Folien ist das Vorgehen eines Kindes bei der Lösung einer Subtraktionsaufgabe dargestellt – dieser Darstellung liegt eine reale Interviewsequenz mit einem Kind mit großen Problemen beim Rechnenlernen zugrunde (drittes Schuljahr). Der Moderator / die Moderatorin kann beim Klicken durch die Folien wie folgt vorgehen:</p>	
	<p>Folie 17: Probleme beim Stellenwertverständnis / Timo rechnet</p> <p>Aktivität: Zunächst können die Teilnehmerinnen und Teilnehmer zu einer Fehleranalyse aufgefordert werden. Die verschiedenen Vorschläge können beim späteren Ansehen des Lösungsprozesses wieder aufgegriffen werden. Anders als bei Folie 8 braucht es bei diesem Schülerdokument nicht bei einer Fehleranalyse zu bleiben, der Lösungsprozess folgt auf den nächsten Folien.</p>	<p> Probleme beim Stellenwertverständnis</p> <p>Timo rechnet</p> <p>Zuerst eine Fehleranalyse:</p> $82 - 36 = 14$ <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/) </small></p> <p>17</p>

Folie 18, 19 und 20: Probleme beim Stellenwertverständnis / Timo rechnet

Timo notiert die ihm diktierte Aufgabe korrekt von links nach rechts ohne Zahlendreher, dann fängt er an der Einerstelle an zu rechnen. Hierbei verrechnet er sich zunächst um Eins (Fün... äh vier), und notiert das Ergebnis an die Einerstelle (er lässt ein bisschen Platz für die Zehnerstelle).

Nun rechnet er weiter und zwar ziffernweise, wobei er nicht die Zehnerziffern verrechnet sondern eine Zehner- und eine Einerziffer, das Ergebnis trägt er an der Zehnerstelle des Ergebnisses ein.

Mögliche **Denkanstöße** für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer:
Beobachten Sie ähnliches in Ihrer eigenen Klasse?
Wie kann so ein Fehler entstehen?

Kinder, die verfestigt zählend rechnen (also weit über das erste Schuljahr und den entsprechenden Zahlenraum hinaus) sind auf die Nutzung sog. Ausweichstrategien angewiesen – bei diesen wird dann oft mit den beteiligten Ziffern gerechnet, da diese den Zahlenraum bis 20 nicht überschreiten. Das ziffernweise Rechnen kann also ein Indiz für große Probleme beim Rechnen sein – vor allem, wenn die Ziffern nicht ihrem Stellenwert entsprechend verrechnet werden, wie in diesem Fall. Das ausschließliche Rechnen mit Ziffern (im Zahlenraum bis 100 und darüber hinaus) kann also ein deutlicher Hinweis auf mögliche Probleme bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses sein, wie auch ein Hinweis auf zählendes Rechnen.

Wie oben (Folie 8) bereits gezeigt wurde, kann das ziffernweise Rechnen wie in diesem Beispiel ein Indiz dafür sein, dass die Bedeutung der Position der Ziffern im Zahlzeichen noch unklar sind.

Wie später zu zeigen sein wird, macht es wenig Sinn, bei dieser Art von Fehlermuster *ausschließlich* auf der symbolischen Ebene zu intervenieren (z.B. indem für das Kind Zahlen in eine Stellenwerttafel eingetragen werden).

5'-10'

Folie 21: Probleme beim Stellenwertverständnis / Lea und das Zahlendiktat

Die Folie ist so aufgebaut, dass durch das langsame Durchklicken das Zahlendiktat mit Lea nachvollzogen werden kann – vor allem auch der Schreibprozess bei den einzelnen Zahlen. Diesem Beispiel liegt eine reale Interviewsequenz mit einem Kind mit besonderen Problemen beim Rechnen zugrunde (4. Schuljahr) (vgl. Wartha und Schulz 2012, S. 54 f.).

Mögliche **Beobachtungsaufforderung** und Denkanstöße an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer:

- Welche der Zahlen wird invers notiert – bei welchen nicht?
- Bei welcher der Zahlen passiert ein Zahlendreher?
- An welchen Stellen zögert Lea?
(Hinweis für den Moderator: Lea überlegt lange bevor sie die 6 vor die 7 bei der ersten diktierten 67 notiert, sie überlegt ebenfalls lange nach dem Notieren der 2 bei der diktierten 23).
- Was können Gründe sein für das inverse Schreiben (oder das „richtige“ Schreiben), für Zahlendreher, für das Zögern?
- Gibt es Zahlen, die Sie gerne noch diktieren würden? Welche und warum?
- Wie bewerten Sie Leas Notation? Ist das problematisch?

Lea macht keine Zahlendreher und schreibt vier von zehn diktierten Zahlen invers. Auf den ersten Blick ist das keine beunruhigende Bilanz. Schaut man sich den Schreibprozess genauer an, ist dieser durchaus bemerkenswert: Auch eine Schnapszahl wird invers notiert, an einer Stelle passiert beinahe ein Zahlendreher (67), bei der 23 muss sie länger überlegen. Es ist davon auszugehen, dass Lea während dieses Zahlendiktats deshalb kein Zahlendreher unterläuft, weil sie sich genau darauf konzentrieren kann. Diese Vermutung bestätigt sich im weiteren Verlauf des Interviews: sobald Zahlen schnell diktiert werden oder in einer Rechenaufgabe genannt werden, unterlaufen Lea sehr wohl Zahlendreher beim



Probleme beim Stellenwertverständnis

Lea und das Zahlendiktat

Vierundfünfzig

Achtundachtzig

Siebzig

Sechzig

Einundsechzig

Siebenundsechzig

Dreiundzwanzig

Siebzehn

Einundsiebzig

Siebenundsechzig

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

21

Schreiben.

Spätestens an dieser Stelle macht es Sinn, mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern über Gründe für das inverse Schreiben einiger Kinder und mögliche didaktische Folgerungen zu sprechen (vgl. Wartha & Schulz 2012):

Eine große Schwierigkeit beim Lesen und Schreiben von Zahlen ergibt sich im deutschsprachigen Raum aus der Diskrepanz zwischen Notation und Sprechweise von zweistelligen Zahlen (vgl. Schipper 2009).

Die Konvention von links nach rechts zu lesen wird bei zweistelligen Zahlen gebrochen. Hier muss stattdessen zunächst die – von links gesehen – zweite und dann die erste Ziffer gelesen werden.

Auch beim Notieren von Zahlen führt die inverse Sprechweise zu einem Bruch der Konvention, Gehörtes von links nach rechts zu schreiben. Kinder sollen im ersten Schuljahr beim *Schreibenlernen* vor allem zwei Regeln befolgen: 1) Schreib wie du hörst (z.B. mit Hilfe der Anlauttabelle), und 2) schreib von links nach rechts. Im Mathematikunterricht muss nun mindestens eine dieser Regeln gebrochen werden, sobald der Zahlenraum bis 100 thematisiert wird. Dieser Umstand ist vor allem für schwache Kinder problematisch.





Statt diesen Kindern zu einer inversen Schreibweise zu raten sollte unbedingt die inverse Zahlwortbildung im deutschen mit allen Kindern thematisiert werden. Hier können vor allem solche Kinder „Experten“ für eine „sinnvolle“ Zahlwortbildung sein, in deren Muttersprache die Zahlworte „richtig“ gebildet werden.

(Wiederholung von Folie 6)

Die Gründe für einen Verzicht auf die inverse Schreibweise überwiegen deutlich (die folgende Zusammenfassung ist Schulz im Druck entnommen):

- Wird die inverse Schreibweise nicht konsequent eingehalten (was häufig der Fall ist, vgl. Klöckener 1990), können Zahlendreher entstehen und es kann die sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern erschweren (vgl. Schipper 2009).

- Nicht alle zweistelligen Zahlen werden von Kindern gleichermaßen invers notiert. In der Regel werden die Zahlen zwischen 10 und 20 von den meisten Kindern nicht invers notiert (ebenso wenig die sog. Schnaps- und volle Zehnerzahlen). Diese Unregelmäßigkeiten in der Schreibrichtung einzelner Kinder können bei diesen zu Unsicherheiten bei der Notation von Zahlen führen und somit zu Zahlendrehern (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011; Gerster, 1994).
- Die Reduzierung der Zahlwörter auf den Klang der Zahlwörter der einzelnen Ziffern beim Schreiben kann die sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern im Zahlwort und schließlich beim Rechnen, der Zahlauffassung und -darstellung verhindern (Schipper, 2009; Gerster, 1994; vgl. auch Gaidoschik, 2008).
- Spätestens beim Schreiben dreistelliger Zahlen müssen beim Notieren „Lücken“ gelassen werden (Schipper 2009; Gerster 1994).
- Beim Schreiben dreistelliger Zahlen kann die Regel des inversen Schreibens (die erstgehörte Zahl wird ganz rechts notiert) übergeneralisiert werden: Vierhundert = 104 (nachgewiesen von Zuber et al., 2009).
- Es entstehen praktische Nachteile, denn das Eingeben von Zahlen in den Taschenrechner oder Computer gelingt auf diese Weise nicht und führt automatisch zu Zahlendrehern (vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011; Gerster, 1994)
– dies Argument ist besonders hilfreich bei Elterngesprächen.

<p>2'-5'</p>	<p>Folie 22: Probleme beim Stellenwertverständnis / Paul und die 50 und die 30</p> <p>Auch diesem Beispiel liegt eine reale Interviewsequenz mit einem Kind mit besonderen Problemen beim Rechnenlernen zugrunde.</p> <p>An diesem Beispiel wird deutlich, dass die Zahlwortbildung im Deutschen nicht immer logisch nachvollziehbar und von selbst „zu entdecken“ ist: Im weiteren Gespräch erklärt Paul: „Es sind dreizehn, weil es drei Zehner sind“ (bei der fünfzig-fünfzehn folgt eine analoge Erklärung) – diese Erklärung ist sehr viel logischer, als es die Bildungsregel für volle Zehner im deutschen Sprachraum tatsächlich ist.</p> <p>Zur Rolle der Sprache bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses (und welche Hürden die Sprechweise der Zahlen im Deutschen bereithält) später mehr (ab Folie 26).</p>	 Probleme beim Stellenwertverständnis <hr/> <p>Paul und die 50 und die 30</p> <p>Am Rechenrahmen sind drei volle Reihen eingestellt</p> <p>I: Und, wie viele sind das? P: (laut und deutlich) Dreizehn!</p> <p>I: Und wie viele sind es, bis hier in der Mitte die Farbe wechselt? P: (laut und deutlich) Fünfzehn!</p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small>  22</p>
<p>2'-5'</p>	<p>Folie 23: Probleme beim Stellenwertverständnis / Zusammenfassung und Folgerung</p> <p>Die gezeigten Beispiele können so oder ähnlich in der täglichen Arbeit mit Kindern auftauchen und dienen hier zur Verdeutlichung der Bandbreite von Indizien für besondere Probleme bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses. Die Beispiele werden später wieder aufgegriffen, um mögliche Interventionsmöglichkeiten zu erarbeiten.</p> <p>Um Kinder gezielt unterstützen zu können und Hürden im Lernprozess entsprechend zu begegnen, werden im Folgenden 1) die Prinzipien des Stellenwertsystems und die Entwicklung des Stellenwertverständnisses und 2) die Hürden in dieser Entwicklung dargestellt.</p>	 Probleme beim Stellenwertverständnis <hr/> <p>Fünf Fallbeispiele...</p> <p>Nur ein kleiner Ausschnitt aus der Vielfalt möglicher Probleme beim Stellenwertverständnis</p> <p>Wie kann es zu solchen Problemen kommen? → Entwicklung des Stellenwertverständnisses → Hürden bei dieser Entwicklung</p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small>  23</p>

5'

Folie 24: Entwicklung des Stellenwertverständnisses

Das *grundlegende* Prinzip zur Bildung der *Stellenwerte*, das allen Stellenwertsystemen zugrunde liegt, ist das Prinzip der fortgesetzten Bündelung. Durch dieses Prinzip werden die Bündel der einzelnen Stellenwerte erst gebildet. Dieses Prinzip bezieht sich auf die Bündelung einer realen Menge. Es werden immer 10er-Bündel zusammengefasst, wobei a) solange weitergemacht wird, bis kein neues Bündel mehr voll wird, und b) werden fertige Bündel ihrerseits auch wieder zusammengefasst. Aus Zehner-Bündeln entstehen auf diese Weise Hunderter-Bündel, aus diesen können Tausender-Bündel entstehen etc.

Die beiden folgenden Prinzipien beziehen sich dann auf die Notation von Zahlen. Das Prinzip des Stellenwerts regelt, wie die entstandenen Bündel beim Aufschreiben von Zahlen *sortiert* werden, die Einerbündel werden ganz rechts hingelegt bzw. notiert, dann kommen links daneben die Zehnerbündel, links daneben die Hunderterbündel usw.

Das Prinzip des Zahlenwerts regelt, dass an der entsprechende Stelle (also beim passenden Stellenwert) die *Anzahl* der jeweiligen Bündel notiert wird (vgl. Wartha und Schulz 2012, 48ff.)

Am besten kann der Moderator / die Moderatorin die drei Prinzipien mit Mehrsystemblöcken (auch Dienes-Material oder Zehnersystemblöcke genannt) veranschaulichen.



Entwicklung des Stellenwertverständnisses

Drei Prinzipien liegen dem Stellenwertsystem zugrunde (vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011)

Bildung der Stellenwerte

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung

Notation von Zahlen

- Prinzip des Stellenwerts
- Prinzip des Zahlenwerts

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

24



5'-10'

Folie 25: Entwicklung des Stellenwertverständnisses

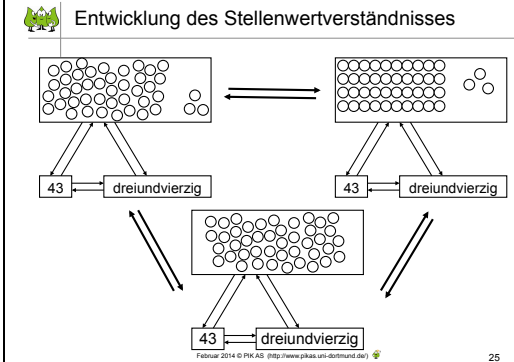
Hintergrundinfo für den Moderatoren / die Moderatorin: Die Entwicklung des Stellenwertverständnisses ist für den deutschen Sprachraum noch nicht ausreichend untersucht und dokumentiert (vgl. aber Fromme in Vorbereitung) – das ist deshalb problematisch, da die *Zahlwortbildung* (die ja von Sprache zu Sprache unterschiedlich sein kann) einen entscheidenden Einfluss auf die Entwicklung des Stellenwertverständnisses haben kann (vgl. Zuber et al. 2009). Allerdings lassen sich aus anderen internationalen Untersuchungen Schlüsse ableiten, die auch für den deutschen Sprachraum gelten können. Die folgenden inhaltlichen Ausführungen sind eng angelehnt an Schulz (im Druck).

Die Folie baut sich in drei Stufen der Entwicklung des Stellenwertverständnisses auf: Vorstufe (kaum Verständnis für Stellenwerte erkennbar / auf der Folie unten in der Mitte), Zwischenstufe (ein noch nicht tragfähiges Stellenwertverständnis / auf der Folie oben links)), tragfähiges Stellenwertverständnis (auf der Folie oben rechts).

Jede einzelne Stufe ist als „Dreieck“ angeordnet: Von einem Zahlverständnis kann dann gesprochen werden, wenn ein Zusammenhang hergestellt werden kann zwischen Zahlzeichen (unten links), Zahlwort (unten rechts) und (vorgestellter) Menge/Zahl (oben) (vgl. Dehaene 1993)

In der Vorstufe können Kinder noch nicht sicher zwischen einer Menge, dem dazugehörigen Zahlzeichen (bzw. den einzelnen Ziffern dieses Zeichens) und dem Zahlwort (bzw. den Wortbestandteilen) hin und her übersetzen. Merkmale für diese Vorstufe sind unter anderem folgende (vgl. Schulz im Druck) (Der Moderator / die Moderatorin kann einzelne Merkmale auswählen und exemplarisch am Material erläutern.)

- Mengen werden in Einerschritten gezählt.
- Bündelungen (beim Zählen einer Menge) werden nicht selbstständig vorgenommen.





- Wenn eine Bündelung vorgegeben wird („Mach immer Zehnerpäckchen“), kann diese nicht zur Bestimmung der Menge genutzt werden.
- Zählen in Zehnerschritten am (bereits vorstrukturierten) Material gelingt nicht.
- Die Regeln zur Notation von Zahlen (Position gibt den Stellenwert an, Ziffer gibt den Nennwert an, Größe der Stellenwerte nimmt von rechts nach links zu) sind noch nicht bekannt und werden nicht zum Schreiben von Zahlen genutzt.
- Falls zweistellige Zahlen bereits notiert werden können, dann als „Schriftbild“ auf Grundlage rudimentärer und „abgeguckter“ Bildungsregeln (bei der „siebenundfünfzig“ müssen eine „5“ und eine „7“ im Schriftbild vorkommen, dieses ist zweistellig).
- Die Bedeutung der einzelnen Ziffern einer zweistelligen Zahl kann nicht erklärt werden. Die Begriffe „Zehner“ und „Einer“ sind in diesem Zusammenhang noch nicht bekannt.
- Die einzelnen Ziffern einer notierten Zahl können nicht mit der Menge in Zusammenhang gebracht werden, auch wenn diese bereits in Zehnerbündeln und Einern vorliegt.
- Eine bereits notierte Zahl um „zehn“ zu erhöhen, gelingt auf Grundlage des Schriftbildes nicht. Dafür müsste das Kind um zehn weiterzählen und das Resultat notieren.
- Zahlwörter werden über die Zahlwortreihe ermittelt.
- Das Zählen in Zehnerschritten ab der Zehn kann gelingen, ab einer gemischten Zehner-Einer-Zahl jedoch nicht.
- Die Wortbestandteile „vier“ und „zwanzig“ können noch nicht unabhängig voneinander aufgefasst werden: „Vierundzwanzig“ ist der Name der Zahl.
- Die Wortbestandteile „vier“ und „zwanzig“ können noch nicht mit einer Menge in Zusammenhang gebracht werden, auch wenn diese bereits in Zehnerbündeln und Einern vorliegt.
- Es passieren Zählfehler wie „neunundzwanzig, zehneundzwanzig, elfundzwanzig, ...“
- Unsicherheiten bei Zehnerübergängen und nach „Schnappszahlen“ vor allem beim Rückwärtszählen

Merkmale eines erst teilweise ausgebildeten Stellenwertverständnisses (oben links auf der Folie) sind unter anderem die folgenden (vgl. Schulz im Druck) (Der Moderator / die Moderatorin kann einzelne Merkmale auswählen und exemplarisch am Material erläutern.):

- Die Kinder wissen, dass es einen Unterschied zwischen Zehnern und Einern gibt und sie wissen auch, dass es sich bei Zehnern um „viele“ handelt.
- Es ist *nicht immer* klar, dass ein Zehner aus zehn Einern besteht.
- Die Ziffern im Zahlzeichen werden noch nicht sicher dem jeweiligen Stellenwert zugeordnet – obwohl das Kind weiß, dass es sich um eine Zehner und eine Einerstelle handelt.
- Der Zusammenhang zwischen dem Zahlwort „Fünzig“ und dem Ausdruck „Fünf Zehner“ wird noch nicht sicher hergestellt.
- Auf die Frage „Wie viele Zehner hat die Zahl dreiundzwanzig?“ antworten die Kinder mit „Zwanzig“.
- Eine ungebündelte Menge von z.B. 50 Objekten kann nicht sicher umgebündelt und dann als „Fünf Zehner“ erkannt werden.
- Das Zahlwort veranlasst manche Kinder dazu, die Zehnerzahl im Schriftbild „sichtbar zu machen“: dreiundfünzig als „503“.
- Der Wortbestandteil „fünzig“ im Zahlwort dreiundfünzig wird bei einer vorstrukturierten Menge (unterteilt in fünfzig unstrukturierte und drei separat liegende Plättchen) auf die größere Teilmenge bezogen.
- Wenn den Kindern vorstrukturiertes Material zur Mengendarstellung zur Verfügung gestellt wird (z. B. Mehrsystemblöcke), nutzen sie die Zehnerstangen erst, wenn die Einer nicht ausreichen.
- Zur Ermittlung des Zahlwortes einer am Material dargestellten gemischten Zehner-Einer-Zahl müssen die Einer einzeln zur Zehnerzahl dazugezählt werden (... , vierzig, fünfzig, einundfünzig, zweiundfünzig, dreiundfünzig).

Von einem gut entwickelten, tragfähigen Stellenwertverständnis kann gesprochen werden, wenn unter anderem folgende Merkmale gegeben sind (vgl. Schulz im Druck)

	<ul style="list-style-type: none"> • Ein Kind weiß sicher, dass eine beliebige Menge in Zehner und Einer gebündelt werden kann. • Es kennt den Zusammenhang zwischen dem jeweiligen Zahlwort und der Anzahl der Bündel. • Es weiß, dass fünf Zehner dasselbe sind wie „fünfzig“ und umgekehrt. • Es kann bei einer geschriebenen Zahl sicher die Zehner und die Einerstelle unterscheiden und einer entsprechenden Menge zuordnen und umgekehrt. • Es kann bei einer geschriebenen Zahl sicher einen Zusammenhang herstellen zwischen den Ziffern der Zahl und dem entsprechenden Zahlwort. • Es kann ab einer beliebigen Zahl in Zehnerschritten weiterzählen. <p>Die großen Doppelpfeile zwischen den einzelnen „Stufen“ verdeutlichen, dass es sich bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses <i>nicht</i> um ein stetig fortschreitendes Entwicklungsmodell handelt. Diese Stufen können grob unterschieden werden; bei jedem einzelnen Kind kann es aber abhängig von Tagesform, Zahlenmaterial usw. große Unterschiede beim Umgang mit den Stellenwerten geben. So ist es denkbar, dass ein Kind bei der Zahl 27 sehr wohl angeben kann, dass es zum Legen dieser Zahl mit geeignetem Material zwei Zehner braucht, dass es dies bei der Zahl 87 jedoch noch nicht kann.</p>	
5'	<p>Folie 26: Stellenwertverständnis: Zahlwörter</p> <p>Wie bereits angedeutet, spielt die Zahlwortbildung eine besondere Rolle bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses und kann (vor allem im deutschen Sprachraum) durchaus als möglicher Risikofaktor bei dieser Entwicklung betrachtet werden (vgl. Zuber et al. 2009).</p> <p>Um über die Zahlwortbildung im Deutschen zu reflektieren, kann an dieser Stelle der Unterschied zwischen der Zahlwortbildung im Koreanischen und im Deutschen thematisiert werden (vgl. Wartha & Schulz 2012).</p> <p>Im Koreanischen ist die Zahlwortbildung (wie in anderen Sprachen, die sich aus dem altchinesischen ableiten ebenso) bemerkenswert systematisch und eng an der</p>	<p> Stellenwertverständnisses: Zahlwörter</p> <hr/> <p>Zahlwortbildung im Vergleich:</p> <p>Koreanisch „Anzahl der Zehner“ – „Zehn“ – „Anzahl der Einer“ z.B. 75: Sieben – Zehn – Fünf</p> <p>Deutsch „Anzahl der Einer“ – „und“ – „Anzahl der Zehner“ – „zig“ z.B. 43: Drei – und – Vier – zig</p> <p>Welches ist eigentlich das erste Zahlwort, das nach dieser Regel gebildet wird?</p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)  26</small></p>

Notation der Zahlen aufgebaut (Miura et al. 1993) – wie auf der Folie beschrieben.

Wollte man eine ähnliche Bildungsregel für Zahlen im Deutschen beschreiben, würde die wie im Beispiel auf der Folie aussehen.

Aktivität:

„Welches ist eigentlich das erste Zahlwort, das nach dieser Regel gebildet wird?“
Die Überlegung, welches Zahlwort im Deutschen als erstes nach diesem „Muster“ gebildet wird, macht deutlich mit wie vielen Ausnahmen Kinder zu tun haben (vor allem nicht-Muttersprachler, aber nicht nur diese).

Das erste Zahlwort, das nach genau dieser Regel gebildet wird ist „zwei-und-vier-zig“.

Warum: die ersten beiden zweistelligen Zahlen „elf“ und „zwölf“ haben noch ein eigenes Zahlwort; bei den Zahlen „dreizehn“ bis „neunzehn“ fehlt das „und“. Bei den Zahlen von „ein-und-zwan-zig“ bis „neun-und-zwan-zig“ heißt es nicht „zwei-zig“. Bei den Zahlen von „ein-und-drei-ßig“ bis „neun-und-drei-ßig“ ist das „-zig“ phonetisch leicht verändert und wird nicht als „tz“-Laut ausgesprochen, sondern wie ein stimmloses „s“ (auch dies eine durchaus ernstzunehmenden Hürde für Kinder deren Muttersprache nicht deutsch ist). Die Zahl „ein-und-vier-zig“ wird ebenfalls nicht nach der beschriebenen Regel gebildet (sonst hieße sie „eins-und-vier-zig“) – somit ist „zwei-und-vier-zig“ das erste Zahlwort, das strikt nach der beschriebenen Regel gebildet wird.

Weitere Ausnahmen sind: alle „Sech-ziger“ (nicht „sechs-zig“), alle „Sieb-ziger“ (nicht „sieben-zig“).

Die folgende **Aktivität**, zu der die Teilnehmerinnen und Teilnehmer angeregt werden können, braucht nach den bisherigen Überlegungen kaum Zeit zum Nachdenken: Werden im Zahlenraum von 11 bis 99 mehr Zahlen nach der beschriebenen Regel gebildet, oder gibt es mehr Ausnahmen?

Folie 27: Stellenwertverständnis: Zahlwörter

Im Folgenden sollen die Risikofaktoren, die bei der deutschen Zahlwortbildung auftreten können, vorgestellt werden.

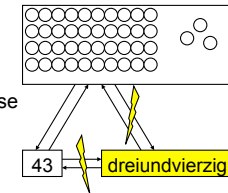
- In international vergleichenden Studien konnte gezeigt werden, dass die Zahlwörter elf und zwölf (im englischen Sprachraum eleven und twelve) dafür sorgen können, dass Kinder größere Probleme beim Durchschauen der Regelmäßigkeit des Stellenwertsystems haben (Miura et al. 1993) – diese beiden Zahlwörter schwächen die besondere Rolle der „Zehn“, da sie suggerieren, dass es für jede einzelne Zahl ein neues Wort gibt.
- Einer der größten Risikofaktoren der deutschen Zahlwortbildung ist die inverse Zahlwortbildung. Auch hier konnte in einer international vergleichenden Studie nachgewiesen werden, dass deutschsprachige Kinder größere Probleme mit der Orientierung im Zahlenraum haben, als solche in deren Muttersprache die Zahlwörter nicht invers gebildet werden (Pixner et al. 2011) (vgl. auch die Folien 6, 16, 21).
- Die Endsilbe „-zig“ deutet nicht auf die Bündelungseinheit „Zehner“ hin (ähnlich wie im Englischen das „-ty“) (vgl. Folie 22). Dies kann das Verständnis, dass es sich bei „fünfzig“ um „fünf Zehner“ handelt, erschweren.
- Die Zahlen zwischen dreizehn und neunzehn werden (anders als bei den Zahlen ab einundzwanzig) ohne das additive „und“ gebildet. Diese Unregelmäßigkeit ist aus zwei Gründen bemerkenswert:
 - 1) Die Verknüpfung von Zehner- und Einerzahl durch das additive „und“ ist im Zahlenraum bis 100 die Regel (nämlich bei allen gemischten Zehner-Einer-Zahlen ab 21), die Kinder lernen jedoch zunächst die Zahlen unter 20 kennen, also die Ausnahme von der Regel. Dies kann das Erkennen der Regelmäßigkeit im Zahlenraum über 20 erschweren (Gaidoschik, 2003).
 - 2) Das Fehlen des Operators zwischen den Wortbestandteilen bei den Zahlen von dreizehn bis neunzehn („und“), hat eine andere Bedeutung als das Fehlen des Operators bei den Zahlwörtern, die Vielfache von Hundert, Tausend usw. benennen. Hier weist das Fehlen des Operators auf eine



Stellenwertverständnisses: Zahlwörter

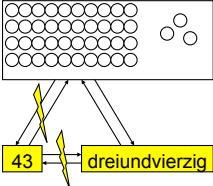
Risikofaktoren

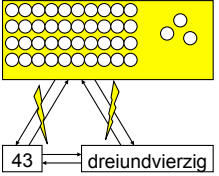
- Elf, Zwölf
- Inverse Sprechweise
- - zig
- Sieben-und-Zehn
- Drei-mal-Hundert
- Silben und Laute „verschlucken“



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

27

	<p>multiplikative Verknüpfung hin (dreihundert als dreimalhundert). Dies führt zu dem häufigen Zählfehler „achtundneunzig, neunundneunzig, hundert, einhundert, zweihundert, dreihundert“ im Sinne von „einhundert, einhunderteins, einhundertzwei, einhundertdrei“ (Selter, 2006). Dieser Fehler kann als Übergeneralisierung der Zahlwortbildungsregel für die Zahlen von 13 bis 19 verstanden werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> vgl. Folie 26 	
2'-5'	<p>Folie 28: Stellenwertverständnis: Zahlen lesen und schreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> In verschiedenen Studien konnte gezeigt werden, dass die Regeln der stellengerechte Notation von Zahlen von einigen Kindern nicht eingehalten werden, weil sie die beteiligten (also gesprochenen) Zahlwortbestandteile auch im Zahlzeichen „sehen“ wollen – in der Folie zu sehen am Beispiel der 52 (vgl. Zuber et al. 2009, Fuson et al. 1997) Dies hängt auch mit dem unterschiedlichen Abstraktionsgrad zwischen geschriebenen und gesprochenen Zahlen zusammen: beim Zahlwort „siebenhundert-acht-und-vierzig“ hört man unmittelbar, wie groß die Zahl ist. Bei der Notation muss man hingegen die drei Prinzipien des Stellenwertsystems schon gut verstanden haben (Folie 24), um die gemeinte Zahl „entschlüsseln“ zu können. Anregung für den Moderator / die Moderatorin: notieren Sie die „250“ an der Tafel bevor Sie die Folie aufrufen. und fragen Sie, welche Zahl gemeint sein könnte. Auf den Folien 6, 16 und 21 wurden die Probleme, die die gegenläufige Schreib- und Sprechweise von Zahlen mit sich bringen ausführlich dargestellt. Die Vermutung liegt nahe, dass Kinder, die Rechts und Links noch nicht sicher unterscheiden können, Probleme bei der Notation von Zahlen haben können (vgl. Ross 1985). Selbst Kinder, die bereits wissen, dass die Zehner links von den Einern stehen, können Zahlen weder sicher lesen noch schreiben, wenn sie nicht wissen wo links (bzw. rechts) ist (vgl. Gaidoschik, 2003). In diesem 	<p>Stellenwertverständnisses: Zahlen lesen und schreiben</p>  <p>Risikofaktoren</p> <ul style="list-style-type: none"> Konvention 52, 502, 250 Abstraktionsgrad 748 Leserichtung vs. Schreibrichtung Rechts/Links unsicher Problematischer Tipp: Inverse Schreibweise <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;"><small>28</small></p>

	<p>Zusammenhang bemerken Schipper et al. (2011), dass es beim Schreiben von Zahlen keinen „Kontrollmechanismus“ gibt, mit dem eine notierte Zahl auf ihre Richtigkeit überprüft werden kann:</p> <p>„Wenn statt „BAUM“ das Wort „MUAB“ geschrieben würde, würden wohl die meisten Kinder stutzen, weil die Inversion von „BAUM“ in der deutschen Sprache keinen Sinn macht. Wenn dagegen eine zweistellige Zahl wie 87 invers als 78 geschrieben wird, wird zwar eine falsche Zahl geschrieben, aber eine die es durchaus gibt. Es gibt keine Veranlassung zu stutzen“ (Schipper et al., 2011, S. 20).“</p> <p>Anregung für den Moderator / die Moderatorin: Notieren Sie das Wort „MUAB“ und die Zahl „75“ an der Tafel und lassen Sie die Teilnehmerinnen und Teilnehmer über die jeweilige Bedeutung spekulieren.</p> <p>Das von Schipper et al. angeführte Beispiel gilt insbesondere für Zahlendreher, lässt sich jedoch auf jede notierte Zahl übertragen (z. B. Dreihundertsechzig =30060, Zuber et al., 2009).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zu Gründen gegen die inverse Schreibweise vgl. Folie 6 	
5'	<p>Folien 29-33: Stellenwertverständnis: Mengendarstellung</p> <p>Auf den folgenden Folien kann erneut ein Gespräch mit einem Schüler nachvollzogen werden. Zur Einstimmung können die Teilnehmerinnen und Teilnehmer gefragt werden, wie Sebastian auf sein Ergebnis gekommen sein kann: „Das Doppelte von 25 ist 400“ (Dies Beispiel ist entnommen aus Wartha & Schulz 2012, S. 50 & 59)</p> <p>Ab Folie 30 wird der Gesprächsverlauf zwischen dem Interviewer und Sebastian dargestellt.</p>	<p>Stellenwertverständnisses: Mengendarstellung</p>  <p>Sebastian: „Das Doppelte von fünfundzwanzig ist vierhundert.“</p> <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)</small></p> <p style="text-align: right;"><small>29</small></p>

Folie 30: Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Der Moderator/die Moderatorin kann das Transkript langsam durchklicken.

Aktivität: Wenn Sebastian erklärt, wie er sich das Doppelte von fünfundzwanzig am Rechenrahmen vorstellt, können die Teilnehmerinnen und Teilnehmer aufgefordert werden sich ihrerseits die doppelte fünfundzwanzig am Rechenrahmen vorzustellen (noch besser ist es, wenn der Moderator / die Moderatorin selbst einen Rechenrahmen zur Hand hat und nach Anweisung der Teilnehmerinnen und Teilnehmer die entsprechende Menge einstellt – diese wird aller Voraussicht nach wie folgt aussehen: zwei ganze Reihen und darunter fünf und dann noch einmal zwei volle Reihen und darunter wieder fünf). Günstig für das weitere Vorgehen ist es zu klären, dass alle im Raum sich jetzt das Doppelte von 25 vorstellen bzw. es sehen.

Dann kann die nächste und übernächste Folie angeklickt werden.

Folie 32: Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Auf dieser Folie wird sichtbar, dass Sebastian den entsprechenden Zahlendreher der thematisierten Zahl einstellt.



Stellenwertverständnisses: Mengendarstellung

I: „Was ist denn das Doppelte von Fünfundzwanzig“?

S: „Das wusst ich mal auswendig, aber jetzt nicht mehr. Kann ich den Rechenrahmen haben?“

I: „Versuch mir erstmal zu erklären, was du am Rechenrahmen einstellen würdest.“

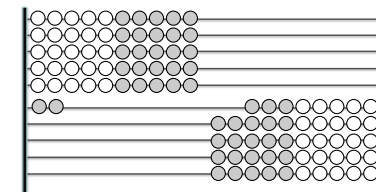
S: „Zuerst oben fünfundzwanzig und dann darunter nochmal fünfundzwanzig.“

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

30



Stellenwertverständnisses: Mengendarstellung



S: „Das sind schonmal fünfundzwanzig. Und jetzt nochmal...“

Er schiebt weiter.

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

32

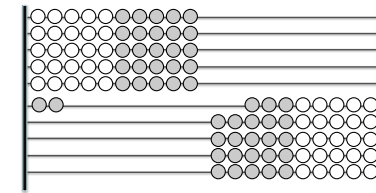


Folie 33: Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Auf dieser Folie wird deutlich, dass Sebastian die Zahl 52 verdoppelt hat (am Material zunächst die 52 dargestellt, dann den Rechenrahmen „vollgemacht“ – also das Doppelte von 50 dargestellt, und sich die vier (das Doppelte von 2) fehlenden dazudenkt).

Sein Ergebnis (das Zahlwort vierhundert) ist ähnlich zu deuten, wie die Benennung der 30 bzw. der 50 durch Paul (Folie 22) – die vorgestellte Menge vier-und-hundert wird nach einer eigenen Regel benannt (die so nicht der Konvention entspricht, aber nachvollziehbar ist, vor allem weil sie bei den Zahlen von 13 bis 19 genau in dieser Weise angewandt wird).

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



S: „Und dann noch zwei und zwei sind vier. Also vierhundert.“

Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

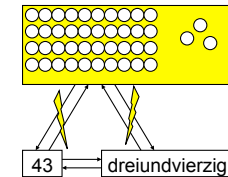
33

Folie 34: Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Das Beispiel von Sebastian und vor allem die Aufforderung an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer sich in diesem Zusammenhang das Doppelte von 25 selbst deutlich am Rechenrahmen vorzustellen macht zweierlei deutlich:

- Ohne die Materialhandlung von Sebastian wäre der Zahlendreher nicht offensichtlich geworden! Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer hatten beim Hören der Zahl 25 und auch bei der vorgestellten Menge am Rechenrahmen eine klare Größenvorstellung von dieser Zahl. Sebastian hatte ein ebenso klares Bild, eine ebenso klare Vorstellung von der Zahl bzw. Menge – nur dass diese beiden Bilder / Vorstellungen nicht identisch waren! Daraus kann die unterrichtspraktische Folgerung gezogen werden, dass Zahlendreher erst dann „entlarvt“ werden können, wenn die entsprechenden Mengen am Material dargestellt werden – auf der symbolischen Ebene (vor allem auf der gesprochenen) bleiben die meisten Zahlendreher unentdeckt.
- Wie in diesem Beispiel zu sehen war (ebenso wie im Beispiel auf den Folien 9-16), kann didaktisches Material die Entstehung von Zahlendrehern nicht verhindern und ist in diesem Zusammenhang nicht automatisch hilfreich – es kann höchstens als Indikator dienen.

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung







→ Mengendarstellung als *Indikator* für Probleme beim Stellenwertverständnis.

→ Material nicht automatisch hilfreich.

Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

34

<p>2'-5'</p>	<p>Folie 35: Indizien für Probleme beim Stellenwertverständnis</p> <p>Auf dieser Folie sind die am häufigsten zu beobachtenden Indizien dargestellt, die sich aus den Fallbeispielen und den Überlegungen zur Entwicklung des Stellenwertverständnisses und zu den Hürden bei dieser Entwicklung zusammenfassen lassen. Zu jedem einzelnen Indiz kann kurz wiederholt werden, welches Fallbeispiel dafür typisch war, bzw. welche Entwicklungsstufe oder Hürde im Entwicklungsprozess diesem Indiz zuzuordnen ist.</p>	<p> Indizien für Probleme beim SWV</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> • Zahlendreher • Ziffernweises Rechnen • Inverse oder „auffällige“ Schreibweise • Probleme beim Einhalten der Konvention (beim Schreiben oder Sprechen von Zahlen) • Bündelungen werden nicht vorgenommen bzw. beachtet • Strukturierte Mengendarstellung bzw. die Auffassung strukturierter Mengen bereitet Probleme <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)  35</small></p>
<p>1'</p>	<p>Folie 36: Förderung des Stellenwertverständnisses</p> <p>Auf dieser Folie ist ein kurzer Überblick gegeben über den weiteren Verlauf der Sitzung:</p> <p>Auf Folie 37 sind in aller Kürze sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen zusammengestellt (im Sinne einer zusammenfassenden Schnellübersicht).</p> <p>Auf den folgenden Folien sollen die Vorteile der Mehrsystemblöcke (Dienes-Material, oder auch Zehnersystemblöcke) bei der Unterstützung der Entwicklung des Stellenwertverständnisses herausgearbeitet werden (und die Nachteile der Hundertertafel in diesem Zusammenhang).</p> <p>Im Anschluss daran werden die Fallbeispiele vom Anfang erneut aufgegriffen, die Teilnehmerinnen und Teilnehmer können sich (vor dem Hintergrund des bisher gehörten) über mögliche Interventionsmaßnahmen austauschen und es werden Vorschläge gemacht, wie sinnvolle und zielgerichtete Unterstützungsmaßnahmen in diesen Einzelfällen aussehen können.</p>	<p> Fördermöglichkeiten</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> • Sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen (allgemein) • Geeignete (und weniger geeignete) Materialien • Unterstützungsmaßnahmen für die Beispiele <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)  36</small></p>

Folie 37: Förderung des Stellenwertverständnisses

Auf dieser Folie sind sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen dargestellt im Sinne einer zusammenfassenden Schnellübersicht, die einzelnen Punkte können anhand kurzer **Anregungen für den (Förder-)Unterricht** erläutert werden – es empfiehlt sich diese Anregungen kurz vorzumachen, am besten materialgestützt.

- Zur Einführung in den Zahlenraum bis Hundert können in der Klasse große Anzahl einer unsortierten Menge (Plättchen, Würfeln, Bohnen, Kronkorken, ...) verteilt werden mit der Aufforderung: Findet mal raus, wie viele das sind (und legt es so hin, dass man schnell sehen kann, wie viele es sind). Viele Kinder werden an dieser Stelle schon auf die Idee des Bündelns kommen (Radatz et al. 1998).
- Bei der Erarbeitung des Stellenwertverständnisses geht es immer um die Übersetzungen zwischen Zahlzeichen (z. B. 43), Zahlwort (dreiundvierzig) und entsprechender Mengendarstellung (z. B. an den Mehrsystemblöcken). So kann geklärt werden, was die „4“ im Zahlzeichen mit dem Wort „dreiundvierzig“ zu tun hat, und woher man beim Sprechen des Wortes weiß, wo die „4“ stehen muss, wenn man die „3“ und die „4“ aufschreibt, und was das alles mit der dargestellten Zahl zu tun hat (Wie viele Zehnerstangen brauchst du denn jetzt, woher weißt du das, wenn du nur die „43“ siehst?)
- Wie oben bereits geklärt wurde, sollte die inverse Sprechweise von Zahlen im Deutschen recht früh thematisiert werden, um dieser Lernhürde möglichst schnell zu begegnen (vgl. Folien 6, 16 und 21).
Mögliche Unterstützungsmaßnahmen zur Bewältigung dieser Lernhürde sind die folgenden (entnommen aus Schulz im Druck):
 - Thematisierung der Zahlwortbildung im Deutschen, auch im Vergleich zu anderen Sprachen wie z. B. dem Türkischen oder Englischen (vgl. Padberg & Benz, 2011)
 - Gezieltes Hörtraining von Zahlen, mit Überbetonung des Zehnerbestandteils (siebenundvierzig) (Gerster, 1994; Gaidoschik, 2003).



- Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten durchführen und nachvollziehen
- Zusammenhänge zwischen Wort, Zeichen und Menge herstellen
- Inverse Sprechweise thematisieren
- Unregelmäßige Sprechweise thematisieren
- Zahlendreher am Material klären
- Keine inverse Schreibweise vorgeben
- Stellenweise Notation klären

- Materialgestützte Thematisierung der Kommutativität des Zahlwortes (der inversen Zahlwortbildung) mit den Mehrsystemblöcken: „siebenundvierzig“ sind „vierzig und sieben“ sind „vier Zehner und sieben Einer“ (Wartha & Schulz, 2012)
- Verbales „Auflösen“ des Zahlwortes: „Wie viele Einer hörst du? Wie viele Zehner hörst du?“ (Gaidoschik, 2003)
- Verbales Umstellen des Zahlwortes „siebenundvierzig“ sind „vierzig und sieben“ (Padberg & Benz, 2011)
- Notation von links nach rechts, zunächst die Zehner, dann die Einer, erst nach eingehender „Analyse“ des Zahlwortes (Gaidoschik, 2003)

- Auch die vielen Unregelmäßigkeiten bei der deutschen Zahlwortbildung können mit den Kindern im Rahmen eines „Forscherauftrags“ thematisiert werden, allerdings eher *nicht* zur *Einführung* in das Stellenwertsystem.
- Wie im Beispiel auf den Folien 29-33 zu sehen ist, besteht die einzige zielführende Möglichkeit Zahlendreher zu entdecken und gemeinsam über Zahlendreher zu sprechen darin, Zahlen am Material einzustellen – die Hoffnung, Zahlendreher auf rein symbolischer Ebene (als Übersetzung zwischen Zahlwort und Zahlzeichen) in den Griff zu bekommen, ist eher trügerisch.
- Auf Folie 6 wurden bereits ausführlich verschiedene Gründe gegen die inverse Schreibweise von Zahlen angeführt.
- Statt dessen sollte der Fokus bei der Erarbeitung des Stellenwertverständnisses und der Thematisierung des Stellenwertsystems auf der stellengerechten Notation von Zahlen liegen (vgl. hierzu ausführlich Folie 38).

Folie 38: Förderung des Stellenwertverständnisses / Anschauungsmaterial

Auf dieser Folie sind günstige und eher ungünstige Materialien zur Förderung des Stellenwertverständnisses zusammengestellt. Im Folgenden werden zu den einzelnen Materialien verschiedene **unterrichtspraktische** Aktivitäten vorgestellt:

- Bündelungsaktivitäten können mit allen unstrukturierten Materialien vorgenommen werden und sie können bereits vor der Einführung in höhere Zahlenräume thematisiert werden (Hülswitt, 2006; Radatz et al., 1998). Bündelungsaktivitäten haben den Vorteil, dass sie häufig von den Kindern selbst angeregt, mindestens aber mit ihnen gemeinsam entwickelt werden können, und diese somit das Bündeln (und Entbündeln) als Prinzip selbst entdecken und anwenden (Hülswitt, 2006). Dabei sollte ein besonderer Fokus auf die Größe der Bündelungen gerichtet sein. Um der Schwächung der Bündelungseinheit „Zehn“ durch die Zahlwortbildung entgegenzuwirken (vgl. Folie 27), sollte die Zehnerbündelung explizit thematisiert und nicht als selbstverständlich hingenommen werden („Warum Zehnerpäckchen und nicht Neuner oder Elfer?“, vgl. auch Schulz & Wartha, 2011; vgl. auch Padberg & Benz 2011).

Das unstrukturierte Material eignet sich daher vor allem zur Einführung des Prinzips der fortgesetzten Bündelung, sollte aber durch ein strukturiertes Material abgelöst werden, bei dem die Bündel bereits vorgegeben sind (Gaidoschik, 2003).

- Die Mehrsystemblöcke eignen sich aus mehreren Gründen besonders für die Thematisierung des Stellenwertsystems:
Sie repräsentieren das Bündelungsprinzip, da dieses hier durch die Anordnung in Zehnerstangen, Hunderterplatten, Tausenderwürfel gut visualisiert ist. Später kann diese Bündelungsidee mental fortgesetzt werden (Zehntausenderstange, Hunderttausenderplatte, ...).
Mit den Mehrsystemblöcken kann gut die (inverse) Sprechweise thematisiert werden (siehe Folie 37).
Die Mehrsystemblöcke sind (ebenso wie das goldene Perlenmaterial von Montessori oder strukturgleiche Materialien) das einzige Material, bei dem es



Anschauungsmaterial

- Unstrukturiertes Material zum Bündeln
- Mehrsystemblöcke
- Stellenwerttafel
(zum Legen und zum Schreiben)
- *Keinen* Zahlenstrahl
- *Keine* Hundertertafel
(kein Bündeln und Entbündeln möglich, vorrangig ordinale Auffassung von Zahlen, keine Klärung der Schreibweise möglich)



möglich ist, die einzelnen Bündelungseinheiten *stellengerecht* zu legen (die Einerwürfel rechts, die Zehnerstangen links daneben, die Hunderterplatten links daneben, etc.).

- Die Mehrsystemblöcke können in diesem Zusammenhang gut in Kombination mit einer Stellenwerttafel genutzt werden, da mit diesen beiden Materialien gut die stellengerechte Schreibweise von Zahlen thematisiert werden kann. Allerdings ist diesem Zusammenhang vor einer zu schnellen und unverständenen Automatisierung des Zusammenhangs zwischen Material und Schreibweise zu warnen.

Um einem unverständenen „Einschleifen“ der Notationsregel von Zahlen entgegenzuwirken, ist es sinnvoll die Anordnung „Zehner links und Einer rechts“ nicht von Anfang an vorzugeben (also zunächst ohne Stellenwerttafel zu arbeiten), sondern auch dieses Prinzip mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam zu entwickeln (Gaidoschik, 2003). Dabei ist zu beachten, dass die Konvention der stellengerechten Schreibweise nicht entdeckt, wohl aber ihre Notwendigkeit erkannt werden kann.

Eine Möglichkeit, der unverständenen Regelanwendung entgegenzuwirken, ist die nichtkonventionelle Zahldarstellung am Material. Dabei ist es möglich, die entsprechenden Zehnerstangen und Einerwürfel durcheinander anzuordnen: (Der Moderator / die Moderatorin kann das mit dem Material für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer veranschaulichen – gut sichtbar für alle z. B. an einem OHP). Darüber hinaus kann eine Menge mit den Mehrsystemblöcken nicht vollständig gebündelt dargestellt werden, z. B. die Zahl 53 als drei Zehner (-stangen) und dreiundzwanzig Einer (-würfel) (auch dies kann während der Veranstaltung am OHP gezeigt werden).

- Vor allem der Zahlenstrahl ist für die Einführung des Prinzips der fortgesetzten Bündelung (und die Thematisierung des Stellenwertsystems im Allgemeinen) wenig geeignet. Das das Stellenwertverständnis kann sich nur entwickeln, wenn Zahlen nicht nur als Folge bzw. Ende einer Zahlwortreihe verstanden werden (ordinal), sondern als Menge, die in Teilmengen unterteilt werden kann (kardinal) (Gerster, 2009; Scherer & Moser Opitz, 2010). Der

	<p>Zahlenstrahl betont aber vor allem das ordinale Verständnis und erschwert die Erkenntnis der kardinalen Zusammensetzung von Zahlen. Darüber hinaus können am Zahlenstrahl keine selbstständigen Bündelungsaktivitäten vorgenommen werden (dies gilt im Übrigen auch für alle Materialien, die zwar den kardinalen Zahlaspekt betonen, jedoch in ihrer Anordnung unflexibel sind, wie z. B. das Hunderterpunktfeld). Insgesamt ist der Zahlenstrahl ein sehr komplexes Material, das leicht zu Fehlinterpretationen führen kann (vgl. Lorenz & Radatz, 1993).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die Hundertertafel ist ein sehr sinnvolles Material, mit dem Strukturen und Gesetzmäßigkeiten im Zahlenraum aufgedeckt und thematisiert werden können – die Unterrichts Anregungen hierzu in Schulbüchern und fachdidaktischen Veröffentlichungen sind überaus zahlreich. Zur Einführung und Erarbeitung des Stellenwertsystems eignet sich dies Material jedoch kaum. Gründe hierfür sind auf der nächsten Folie angeführt. 	
2'	<p>Folie 39: Förderung des Stellenwertverständnisses / Anschauungsmaterial</p> <p>Auf dieser Folie sind verschiedene Gründe aufgezählt, die gegen einen Einsatz der Hundertertafel bei der Erarbeitung des Stellenwertsystems sprechen. Diese können mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern kurz besprochen werden.</p>	<p> Förderung des Stellenwertverständnisses</p> <hr/> <p>Anschauungsmaterial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hundertertafel dient schwachen Schülern vor allem als (zählende) Lösungshilfe • Bündeln und Entbündeln nicht möglich • Der Rechenschritt „plus Zehner“ kann <i>nicht</i> gehandelt werden • Der Unterschied zwischen Zehner und Einer bleibt ggf. unklar (einzelne Schritte in bestimmte Richtungen) • Die Richtung des Arbeitsmittels ist existentiell (und verwirrend: runter bedeutet mehr) <p><small>Februar 2014 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/) </small></p> <p style="text-align: right;"><small>39</small></p>

Folie 40 - 45: Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Aktivität:

Im Folgenden sollen die Teilnehmerinnen und Teilnehmer entweder im Plenum oder in kleinen Gruppen über gezielte Unterstützungsmaßnahmen bezogen auf die fünf Fallbeispiele vom Anfang diskutieren. Hierfür sind verschiedene Organisationsformen denkbar:

- **Diskussion und Erarbeitung im Plenum**
Die einzelnen Fallbeispiele werden vom Moderator / der Moderatorin kurz wieder ins Gedächtnis gerufen. Dazu können folgenden Folien einfach durchgeklickt werden – bei jedem einzelnen Fallbeispiel können die Teilnehmerinnen und Teilnehmer im Plenum jeweils gemeinsam über Unterstützungsmöglichkeiten diskutieren – auf diese Weise kann der Moderator / die Moderatorin diese Diskussion jeweils mit den möglichen Unterstützungsmaßnahmen, die auf den Folien auftauchen, abschließen und bündeln.
- **Diskussion und Erarbeitung in kleinen Gruppen**
Der Moderator / die Moderatorin greift auf das kopierte Material (Teilnehmer-Material in Modul 3.4) zurück. Hier sind die einzelnen Fallbeispiele noch einmal dargestellt. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer können nun in kleinen Gruppen (oder in Partnerarbeit oder allein) für ein oder mehrere Fallbeispiele Unterstützungsmöglichkeiten erarbeiten.
Der Austausch über die Ergebnisse bzw. die Sammlung der Ergebnisse kann entweder direkt zwischen den Gruppen erfolgen. Oder die Arbeitsergebnisse können im Plenum vorgestellt werden, wobei der Moderator / die Moderatorin auf die vorbereiteten Folien zurückgreifen kann.



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

- Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)
- Marlen
(Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)
- Timo (rechnet ziffernweise extra)
- Lea (Zahlendiktat)
- Paul (dreißig und dreizehn)

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

40



Folie 41: Gezielte Unterstützungsmaßnahmen / Julias Hausaufgabe

Die ausführliche Fehleranalyse findet sich bei den Hinweisen zu Folie 8. Da sich anhand dieses Schriftdokuments (Julias Hausaufgabe) nicht sicher sagen lässt, wo Julias Probleme genau liegen, und wie sie gezielt unterstützt werden kann, wäre eine erneute prozessbezogene Nachfrage als erste Maßnahme hilfreich.

Auf Grundlage des Schriftdokuments können folgende Fördermaßnahmen abgeleitet werden – darüber hinaus sind auch eher ungünstige Interventionsmaßnahmen aufgeführt, die wahrscheinlich nicht für eine Festigung des Verständnisses zielführend sind (vgl. Schulz im Druck, S. 236).

Günstige Interventionsmaßnahmen

- + Sprechweise am geeigneten Material klären (z. B. Mehrsystemblöcke, Bündelung von unstrukturiertem Material)
- + ggf. Interferenzen zwischen deutscher Sprechweise und der Muttersprache klären (materialgestützt)
- + Interferenzen zwischen Sprech- und Schreibweise klären (materialgestützt)
- + Stellenwerttafel im Zusammenhang mit Material
- + Überprüfung (und ggf. Förderung) der Rechts-links-Unterscheidung
- + Materialgestützte Klärung der Bedeutung der Position der Ziffern im Zahlzeichen

Ungünstige Interventionsmaßnahmen

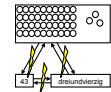
- ausschließlich auf symbolischer bzw. sprachlicher Ebene erklären
- Erklärungen, die sich ausschließlich auf die falsch gelösten Aufgaben beziehen
- Erklärungen, die ausschließlich mit der Position der einzelnen Ziffern argumentieren (ohne Klärung am Material)
- Stellenwerttafel ohne Material
- Ungünstiges Material (z. B. unstrukturiertes Material ohne das Bündeln zu thematisieren, Hundertertafel)



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)

- Erneute prozessorientierte Nachfragen („Rechne nochmal laut vor“)
- Sprechweise am geeigneten Material klären (z. B. Mehrsystemblöcke, Bündelung von unstrukturiertem Material)
- Materialgestützte Klärung der Sprech- und Schreibweise
- Materialgestützte Klärung der Bedeutung der Position der Ziffern im Zahlzeichen



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

41



Folie 42: Gezielte Interventionsmaßnahmen / Marlen am Rechenrahmen

Marlens Problem lässt sich recht eindeutig im Modell unten rechts auf der Folie verorten: Sie hat deutliche Probleme bei der Übersetzung von einem gesprochenen Zahlwort zur Darstellung der Zahl als Menge und umgekehrt. An dieser Stelle sollte daher auch die gezielte Intervention ansetzen. (Zur genauen Fehleranalyse und zum Sachtheoretischen Hintergrund vgl. Folie 9 bis 16).

Günstige Interventionsmaßnahmen

- + Zusammenhang zwischen Zahlwort und Darstellung klären
- + Materialgestützte Klärung der Wortbestandteile (acht-und-dreißig)
- + Materialgestützte Klärung der Inversion im Zahlwort (wir sagen zwar acht-und-dreißig, könnten aber ebenso dreißig-und-acht sagen)
- + Einstellen voller Zehner am Material (am besten mit den MSB), dann Addition der Einer, dann Klärung des Zahlwortes
- + Ggf. materialgestützte Klärung der Interferenzen zwischen deutscher Sprechweise und der Muttersprache

Ungünstige Interventionsmaßnahmen

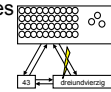
- Klärung ausschließlich auf symbolischer bzw. sprachlicher Ebene
- Erklärungen, die mit der Position der geschriebenen Ziffern argumentieren
- ausschließliche Klärung der Übersetzung zwischen Zahlzeichen und Material bzw. Zahlzeichen und Zahlwort
- Ungünstiges Material (z. B. unstrukturiertes Material, ohne das Bündeln zu thematisieren; Hundertertafel)



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)

- Thematisierung des Zahlendrehers und der inversen Sprechweise am Material
- Materialgestützte Klärung der Kommutativität im Wort drei-und-vierzig
- Übersetzung zwischen Wort und Material klären
- Zusammensetzung des Zahlwortes klären (Übergangsvokabular: drei-und-vierzig, vierzig-und-drei, vier Zehner und drei)



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

42



Folie 43: Gezielte Unterstützungsmaßnahmen / Timo rechnet ziffernweise

Da Timos Lösungsprozess dokumentiert ist, kann das Auftreten seines Problems sicher bestimmt werden, es ist jedoch nicht ganz klar, warum ihm dieser Fehler unterlaufen ist. Eine mögliche Vermutung wäre, dass ihm die Bedeutung der Positionen im Zahlzeichen noch nicht klar ist.

Mögliche Fördermaßnahmen wären in diesem Fall die folgenden:

Günstige Fördermaßnahmen:

- + Materialgestützte Klärung der Positionen der Ziffern im Zahlzeichen (siehe Folie 37)
- + Materialgestützte Thematisierung einzelner Operationsschritte (ZE+/-Z oder ZE+/-E)

Ungünstige Interventionsmaßnahmen:

- ausschließliche Klärung auf symbolischer Ebene
- ausschließliche Arbeit mit der Stellenwerttafel
- Ungünstiges Material (s.o.)

Möglicherweise hat Timo jedoch ein noch grundlegenderes Problem als Schwierigkeiten beim Verständnis der Bedeutung der Positionen im Zahlzeichen; vielleicht ist ihm der Unterschied zwischen Zehnern und Einern gänzlich unklar – diese Vermutung müsste durch weitere (materialgestützte) Fragestellungen in diese Richtung überprüft werden (vgl. Folie 38).

Günstige Fördermaßnahmen:

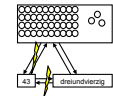
- + Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten
- + materialgestützte sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern (durch Übungen zur Zahlauffassung und Zahldarstellung – am besten an den Mehrsystemblöcken)



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Timo (rechnet ziffernweise extra)

- Bündelung und Entbündelung
- Sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern
- Zahlauffassung und -darstellung an Mehrsystemblöcke und Stellenwerttafel
- Materialgestützte Rechenoperationen (ZE +/- Z und ZE +/- E)
- Materialgestützte Klärung der Positionen im Zahlzeichen



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

43



Folie 44: Gezielte Unterstützungsmaßnahmen / Leas Zahlendiktat

Das beobachtbare Problem bei Lea liegt bei der Übersetzung zwischen dem Zahlwort und dem Zahlzeichen (wahrscheinlich hat Lea auch Probleme bei der Übersetzung zur jeweiligen Menge, diese Vermutung müsste in einem prozessorientierten Gespräch überprüft werden). Um Lea Sicherheit beim Schreiben von Zahlen zu geben können folgende Unterstützungsmaßnahmen hilfreich sein:

Günstige Interventionsmaßnahmen:

- + Materialgestützte Reflexion der deutschen Sprechweise (mit den Mehrsystemblöcken)
- + Materialgestützte Klärung der Schreibweise (mit den Mehrsystemblöcken und einer Stellenwerttafel)
- + Sicherheit beim Hören von Zahlen
- + Sprech- und Hörtraining (sieben-und-dreißig sind drei Zehner und sieben Einer)
- + Taschenrechnerdiktat (aber erst wenn sichergestellt ist, dass Lea auch auf dem Papier keine Zahlendreher mehr unterlaufen und sie sicher um die Bedeutung der Positionen der Ziffern im Zahlzeichen weiß).

Ungünstige Interventionsmaßnahmen:

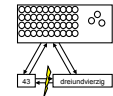
- Intervention ausschließlich auf der symbolischen Ebene
- Einsatz der Stellenwerttafel ohne Material



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Lea (Zahlendiktat)

- Materialgestützte Reflexion der deutschen Sprechweise
- Materialgestützte Klärung der Schreibweise
- Sicherheit beim Hören von Zahlen
- Sprech- und Hörtraining
- Taschenrechnerdiktat



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

44



Folie 45: Gezielte Unterstützungsmaßnahmen / Paul und die dreizehn

Wie bereits auf Folie 22 festgehalten ist Pauls Bezeichnung für die jeweiligen Mengen sehr viel logischer als es die Zahlwortbildung im Deutschen tatsächlich ist. In diesem Fall sollte Paul das auch auf jeden Fall auch rückgemeldet werden – und es sollte mit ihm geklärt werden zweierlei geklärt werden (am besten mit Material)

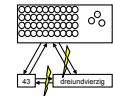
- 1) Es gibt noch eine andere Zahl, die dann genauso heißen würde (15 und 13) – und das wäre höchst unpraktisch, weil man dann ja gar nicht weiß, was gemeint ist, wenn man „dreizehn“ sagt.
- 2) Deswegen haben sich irgendwelche Leute (vor langer Zeit) überlegt, zur drei Zehnern sagen wir dreißig (so wie zu fünf Zehnern fünfzig) und zu einem Zehner und drei Einern sagen wir dreizehn.



Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

Paul (dreizehn und dreißig)

- Materialgestützte Klärung der der Konventionen der Sprechweise
- Manche Regeln der Sprechweise können nicht entdeckt, sondern sollten gemeinsam geklärt werden



Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

45

Folie 46: Zusammenfassung

Auf der vorbereiteten Folie ist eine mögliche Zusammenfassung dargestellt. Diese zielt darauf ab, dass es das Anliegen der Fortbildung ist (war), die Teilnehmerinnen und Teilnehmer für die Schwierigkeiten und Herausforderungen zu sensibilisieren, die bei der Entwicklung des Stellenwertverständnisses entstehen können bzw. gegeben sind.

Vor allem die verschiedenen während der Veranstaltung thematisierten Risikofaktoren und Lernhürden gilt es gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern zu thematisieren – es wäre kontraproduktiv zu versuchen, diese Lernhürden zu umgehen, da sie meist in der Sache selbst liegen.

Als weitere wichtige Botschaft der Veranstaltung sollten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer mitnehmen, dass Interventionsmaßnahmen rein auf der symbolischen Ebene selten hilfreich, in einigen Fällen sogar kontraproduktiv sein können.

Wenn der Moderator / die Moderatorin den Schwerpunkt der Fortbildungsveranstaltung anders setzt, kann selbstverständlich auch die Zusammenfassung angepasst werden.



Zusammenfassung

- Das Stellenwertprinzip und die Schreib- und Sprechweise von Zahlen bergen große Herausforderungen
- Lernhürden thematisieren und nicht umschiffen
- Materialhandlungen und Übersetzungen sind unerlässlich

Februar 2014 © PIK AS (<http://www.pikas.uni-dortmund.de/>)

46



Folie 47: Verabschiedung



Vielen Dank für Ihre Mitarbeit
und viel Erfolg bei der weiteren Arbeit.

Literaturliste der angegebenen Literatur:

- Dehaene, S. (1999). Der Zahlensinn. Basel: Birkhäuser.
- Fuson, K., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., Fennema, E. & Human, P. G. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (2), 130-162.
- Gaidoschik, M. (2003b). Zehner und Einer: Die ersten Schritte. Anregungen für die Erarbeitung von Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 99. In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Hrsg.), *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie* (S. 182-189). Graz: Leykam.
- Gaidoschik, M. (2008a). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern*. 4. Auflage. Buxtehude: Persen.
- Gerster, H.-D. (1994). Arithmetik im Anfangsunterricht. In A. Abele & H. Kalmbach (Hrsg.), *Handbuch zur Grundschulmathematik. Band 1. Erstes und zweites Schuljahr* (S. 35-102). Stuttgart: Klett.
- Gerster, H.-D. (2009). Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt Siegbert (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 248-268), Weinheim: Beltz.
- Hülswitt, K. L. (2006). Mit Fantasie zur Mathematik – Freie Eigenproduktionen mit gleichem Material in großer Menge. In M. Grüßing & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren* (S. 103-121). Offenburg: Mildenerger.
- Klöckener, J. (1990). Schreibrichtungsinverson beim Schreiben zweistelliger Zahlen. *Mathematische Unterrichtspraxis*, 11 (3), 15-30.
- Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Steere, M. & Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons—France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, 85 (1), 24-30.
- Padberg, F. & Benz, Ch. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg: Spektrum.
- Pixner, S., Möller, K., Hermanova, V., Nürk, H.-Ch. & Kaufmann, L. (2011). Whorf reloaded: Language effects on non-verbal number processing in 1st grade - a trilingual study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108 (2), 371-382.

- Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling A. (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr. Hannover, Schroedel.
- Ross, S. H. (1985). The Development in Children's Place Value Numeration Concepts in Grades Two through Five. Ph.D. diss., University of Berkley, California. Michigan: UMI.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum.
- Schipper, W. (2009). Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel.
- Schipper, W., Wartha, S. & von Schroeders, N. (2011). Bielefelder Rechentest für das zweite Schuljahr – Handbuch zur Diagnostik und Förderung. Braunschweig, Schroedel
- Schulz, A. (im Druck): Diagnostische Fähigkeiten und Förderkompetenzen von Grundschullehrkräften bei besonderen Problemen beim Rechnenlernen. Erscheint bei Springer.
- Schulz, A. & Wartha, S. (2011). Materialeinsatz im Mathematikunterricht. MNU-Primar, 3 (2), 49- 56.
- Selter, Ch. (2006). Veränderte Sichtweise auf Kinder, auf Mathematik und auf das Lernen. In A. Fritz, R. Klupsch-Sahmann & G. Ricken (Hrsg.), Handbuch Kindheit und Schule – Neue Kindheit, neues Lernen, neuer Unterricht (S. 251-262), Weinheim: Beltz.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2012). Rechenproblemen vorbeugen. Grundvorstellungen aufbauen – Zahlen und Rechnen bis 100. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Zuber, J., Pixner, S., Möller, K. & Nürk, H. C. (2009). On the language specificity of basic number processing: Transcoding in a language with inversion and its relation to working memory capacity. Journal of Experimental Child Psychology, 102 (1), 60-77.